

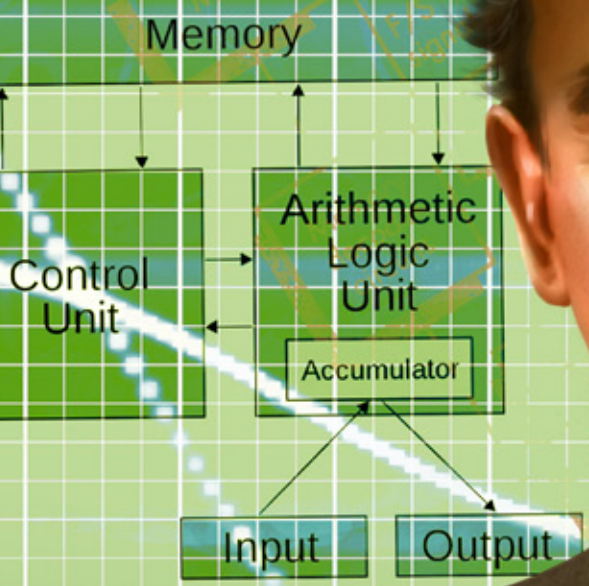
МОЛОДОЙ

ISSN 2072-0297

УЧЁНЫЙ

ежемесячный научный журнал

```
VPG19APLPFCPIV
[ 0]
[ 1]
[ 2]
[ 3] A←(~T)/LEDGER
[ 4] 'Report F: Accounts with overdrafts More than $100.00'
[ 5] ' '
[ 6] T←AC;3] < 2
[ 7] (T/AC;1]), BY T/AC;1
[ 8] 2 1ρ'
[ 9] 'Report G: Accounts with overdrafts More than $100.00'
[10] ' '
[11] T←AC;3] < 2
[12] (T/AC;1]), BY T/AC;1
[13] 2 1ρ'
[14] 'Report R: Accounts with overdrafts More than $100.00'
[15] ' '
[16] (AC;3] > 1000) / AC;1
[17] 2 1ρ'
[18] 'Report S: Unbalanced Accounts'
[19] ' '
[20] ' '
Figure 4. Ledger
```



ANYONE WHO CONSIDERS ARITHMETICAL METHODS OF PRODUCING RANDOM DIGITS IS, OF COURSE, IN A STATE OF SIN.

IF PEOPLE DO NOT REALIZE HOW COMPLICATED LIFE IS, THEY WILL ONLY THINK THAT MATHEMATICS IS SIMPLY A WAY TO MAKE LIFE MORE COMPLICATED.

5
2014
Часть I

ISSN 2072-0297

Молодой учёный

Ежемесячный научный журнал

№ 5 (64) / 2014

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Главный редактор: Ахметова Галия Дуфаровна, *доктор филологических наук*

Члены редакционной коллегии:

Ахметова Мария Николаевна, *доктор педагогических наук*

Иванова Юлия Валентиновна, *доктор философских наук*

Лактионов Константин Станиславович, *доктор биологических наук*

Сараева Надежда Михайловна, *доктор психологических наук*

Авдеюк Оксана Алексеевна, *кандидат технических наук*

Алиева Тарана Ибрагим кызы, *кандидат химических наук*

Ахметова Валерия Валерьевна, *кандидат медицинских наук*

Брезгин Вячеслав Сергеевич, *кандидат экономических наук*

Данилов Олег Евгеньевич, *кандидат педагогических наук*

Дёмин Александр Викторович, *кандидат биологических наук*

Дядюн Кристина Владимировна, *кандидат юридических наук*

Желнова Кристина Владимировна, *кандидат экономических наук*

Жуйкова Тамара Павловна, *кандидат педагогических наук*

Игнатова Мария Александровна, *кандидат искусствоведения*

Коварда Владимир Васильевич, *кандидат физико-математических наук*

Комогорцев Максим Геннадьевич, *кандидат технических наук*

Котляров Алексей Васильевич, *кандидат геолого-минералогических наук*

Кучерявенко Светлана Алексеевна, *кандидат экономических наук*

Лескова Екатерина Викторовна, *кандидат физико-математических наук*

Макеева Ирина Александровна, *кандидат педагогических наук*

Мусаева Ума Алиевна, *кандидат технических наук*

Насимов Мурат Орленбаевич, *кандидат политических наук*

Прончев Геннадий Борисович, *кандидат физико-математических наук*

Семахин Андрей Михайлович, *кандидат технических наук*

Сенюшкин Николай Сергеевич, *кандидат технических наук*

Ткаченко Ирина Георгиевна, *кандидат филологических наук*

Яхина Асия Сергеевна, *кандидат технических наук*

На обложке изображен Джон фон Нейман (1903–1957) — американский математик, сделавший важный вклад в квантовую физику, функциональный анализ, теорию множеств, информатику, экономику и другие науки.

Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. За достоверность сведений, изложенных в статьях, ответственность несут авторы. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов материалов. При перепечатке ссылка на журнал обязательна. Материалы публикуются в авторской редакции.

АДРЕС РЕДАКЦИИ:

420126, г. Казань, ул. Амирхана, 10а, а/я 231. E-mail: info@moluch.ru; <http://www.moluch.ru/>.

Учредитель и издатель: ООО «Издательство Молодой ученый»

Тираж 1000 экз.

Отпечатано в типографии «Конверс», г. Казань, ул. Сары Садыковой, д. 61

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС77-38059 от 11 ноября 2009 г.

Журнал входит в систему РИНЦ (Российский индекс научного цитирования) на платформе eLibrary.ru.

Журнал включен в международный каталог периодических изданий «Ulrich's Periodicals Directory».

Ответственные редакторы:

Кайнова Галина Анатольевна

Осянина Екатерина Игоревна

Международный редакционный совет:

Айрян Заруи Геворковна, *кандидат филологических наук, доцент (Армения)*

Арошидзе Паата Леонидович, *доктор экономических наук, ассоциированный профессор (Грузия)*

Атаев Загир Вагитович, *кандидат географических наук, профессор (Россия)*

Борисов Вячеслав Викторович, *доктор педагогических наук, профессор (Украина)*

Велковска Гена Цветкова, *доктор экономических наук, доцент (Болгария)*

Гайич Тамара, *доктор экономических наук (Сербия)*

Данатаров Агахан, *кандидат технических наук (Туркменистан)*

Данилов Александр Максимович, *доктор технических наук, профессор (Россия)*

Досманбетова Зейнегуль Рамазановна, *доктор философии (PhD) по филологическим наукам (Казахстан)*

Ешиев Абдыракман Молдоалиевич, *доктор медицинских наук, доцент, зав. отделением (Кыргызстан)*

Игисинов Нурбек Сагинбекович, *доктор медицинских наук, профессор (Казахстан)*

Кадыров Кутлуг-Бек Бекмуратович, *кандидат педагогических наук, заместитель директора (Узбекистан)*

Козырева Ольга Анатольевна, *кандидат педагогических наук, доцент (Россия)*

Лю Цзюань, *доктор филологических наук, профессор (Китай)*

Малес Людмила Владимировна, *доктор социологических наук, доцент (Украина)*

Нагервадзе Марина Алиевна, *доктор биологических наук, профессор (Грузия)*

Нурмамедли Фазиль Алигусейн оглы, *кандидат геолого-минералогических наук (Азербайджан)*

Прокопьев Николай Яковлевич, *доктор медицинских наук, профессор (Россия)*

Прокофьева Марина Анатольевна, *кандидат педагогических наук, доцент (Казахстан)*

Ребезов Максим Борисович, *доктор сельскохозяйственных наук, профессор (Россия)*

Сорока Юлия Георгиевна, *доктор социологических наук, доцент (Украина)*

Узаков Гулом Норбоевич, *кандидат технических наук, доцент (Узбекистан)*

Хоналиев Назарали Хоналиевич, *доктор экономических наук, старший научный сотрудник (Таджикистан)*

Хоссейни Амир, *доктор филологических наук (Иран)*

Шарипов Аскар Калиевич, *доктор экономических наук, доцент (Казахстан)*

Художник: Евгений Шишков

Верстка: Павел Бурьянов

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- Ибрагимов Б.М.**
Собственные значения модели Фридрихса
в одномерном случае 1
- Пушкарев Г.А., Воронцова В.А.**
Разрешимость одной краевой задачи
для функционально-дифференциального
уравнения второго порядка с монотонной
нелинейностью 4
- Симаков Е.Е., Ким Е.**
Решение транспортных задач с применением
программирования в системе MathCAD 8

ФИЗИКА

- Горбачев Н.П., Сорокин К.С.**
Определение области технологических
параметров установки для диспергирования
проводящих материалов в дуговом разряде,
перемещающемся по электродам в собственном
магнитном поле 14

ИНФОРМАТИКА

- Васильев Д.А.**
Анализ и проектирование системы обработки
заявок клиентов ИТ-отдела
сервисного центра 18
- Калистратов Д.С.**
Влияние параметров поисковых алгоритмов
компенсации движения на показатели качества
современных видеокодеков 20
- Пронина Н.Н.**
Применение технологии развития критического
мышления у обучающихся 8–9 классов на уроках
информатики и ИКТ 24

- Янченко М.С., Ермолаева В.В.**
Использование интерактивных досок 26

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

- Акопян К.В., Горина Е.Г., Аксенова К.Н.**
Интенсификации роста стартовых культур
в технологии производства
сырокопченых колбас 30
- Акопян К.В., Горина Е.Г., Аксенова К.Н.**
Применение активации стартовых культур
в технологии производства
сырокопченых колбас 32
- Анисимов Е.Е., Друзьянова В.П.**
Топливоприемник и его испытание 35
- Афиногенов О.П., Афиногенов А.О.,
Серякова А.А.**
Оценка технической возможности повышенного
уплотнения грунта земляного полотна
автомобильных дорог 38
- Афиногенов О.П., Афиногенов А.О.,
Серякова А.А.**
К вопросу определения значений
кратковременных модулей упругости грунтов
для расчета дорожных одежд 41
- Горина Е.Г., Акопян К.В.**
Электромагнитная обработка мясного сырья
и стартовых культур в технологии производства
сырокопченых колбас 43
- Егодуров Г.С., Батуев Ц.А.**
Математическое моделирование процесса удара
в шестимассовой системе с четырьмя
степенями свободы 46
- Зубарев П.А., Лахно А.В., Рылякин Е.Г.**
Производственный процесс получения
защитных полиуретановых покрытий 57

Ivakhnenko A.P., Samayeva A.A., Smailova A.A. Carbonate petroleum reservoir characterization using magnetic susceptibility imaging.....	60	Попов А.Ю., Реченко Д.С., Зарва В.В. Повышение качества обработанной поверхности за счет применения высокоскоростного шлифования.....	94
Извеков Ю.А., Изосова Л. А., Абдрахманов Э.И. Обоснование расчета долговечности механической системы спектральным методом	63	Попов А.Ю., Реченко Д.С., Зарва В.В. Геометрическое определение продольной подачи при токарной обработке с применением высококачественного твердосплавного инструмента	97
Извеков Ю.А., Изосова Л.А., Кобелькова Е.В., Лосева Н.А. Численный расчет долговечности механической системы спектральным методом	65	Смаилова А.А. Методы очистки сточных вод нефтегазового комплекса	100
Кенийз Н.В., Сокол Н.В. Процесс замораживания хлебобулочных полуфабрикатов с добавлением криопротекторов и его влияние на структуру замороженных полуфабрикатов	67	Суров Л.Д., Филиппов В.В., Сурова Т.Б. Контроль ложного отключения секционного выключателя шин двухтрансформаторной подстанции	103
Кыдыралиев Н.А., Бодошов А.У. Определение некоторых физических свойств зерен фасоли, выращиваемых в Таласской области Кыргызской Республики.....	70	Суров Л.Д., Филиппов В.В., Сурова Т.Б. Отказ автоматического повторного включения головного выключателя линии, питающей трансформаторную подстанцию	105
Логанина В.И., Акжигитова Э.Р. Известковые сухие строительные смеси с применением смешанослойных глин Поволжского региона	74	Нгуен Минь Тиен Многофакторный анализ оценки работоспособности электронных систем управления двигателем (ЭСУД) автомобиля (испытания без нагрузки)	108
Логанина В.И., Давыдова О.А. Известковые составы с применением модифицирующей добавки на основе золя кремниевой кислоты.....	78	Федоров В.К., Луценко А.В., Кучеева Е.А. Методика применения единого информационного пространства при проектировании электронных узлов.....	111
Моисеенко А.А. Влияние технологических примесей на механические свойства обрабатываемость литых углеродистых сталей	81	Шабаетов С.Н., Иванов С.А. Оценка рационального содержания резиновой крошки при производстве композиционного резино-битумного вяжущего	113
Нгуен Ван Зунг, Нгуен Минь Тиен Применение теории нечетких множеств для диагностирования технического состояния агрегатов, систем автомобиля	85	Яргин С.В. Возобновить производство крепленых вин из натурального сырья.....	115
Поздняков А. Г., Аль-Тибби В.Х. Структура программного кода и практическое использование блока «Функциональный генератор» при программировании в среде CoDeSys	88		
		ПРОЧЕЕ	
		Астафьева А.В., Анисимов Н.В. Пространственная структура среды для активного отдыха на морском побережье	119
		Романов А.Г. Комический контент в современной качественной прессе (на примере журнала «Огонёк»)	121

Решение транспортных задач с применением программирования в системе MathCAD

Симаков Егор Евгеньевич, аспирант
Сахалинский государственный университет

Ким Елизавета, учащийся
МБОУ Лицей №1 (г. Южно-Сахалинск)

В данной статье рассматривается понятие линейного программирования, а также наиболее распространенная задача данного класса математического моделирования — транспортная задача. Приводится классификация по разным признакам: критериям времени и стоимости, сбалансированности. Рассматриваются основные методы решения различных типов транспортных задач. Описывается разработанный алгоритм решения с использованием программирования в САПР MathCAD.

Ключевые слова: линейное программирование, транспортная задача, система автоматизированного проектирования, MathCAD, программирование.

Введение

Математические знания и навыки нужны практически во всех профессиях, прежде всего, в связанных с естественными науками, техникой и экономикой. Профессиональный уровень экономиста зависит от того, освоил ли он современный математический аппарат и умеет ли использовать его при анализе сложных экономических процессов. Неопределенность экономических процессов, значительный разброс и большой объем информации обуславливают необходимость привлечения к исследованию экономических задач различных методов: теории вероятностей и математической статистики, моделирования, элементов теории оптимизации, в т.ч. линейного программирования. Линейное программирование является одним из разделов математического программирования — области математики, разрабатывающей теорию и численные методы решения многомерных задач с ограничениями. Одной из задач линейного программирования является транспортная задача — задача о наиболее экономном плане перевозок однородного продукта из пунктов производства в пункты потребления.

Актуальность исследования состоит в постоянном расширении сфер применения математического моделирования; практической применимости рассматриваемых методов при решении реальных задач математики и экономики.

Цель исследования: изучение методов решения транспортных задач и апробирование их в опытно-экспериментальной работе с применением системы автоматизированного проектирования (САПР) MathCAD.

Задачи исследования:

1. Рассмотреть типы транспортных задач и методы их решения.
2. Составить алгоритм для реализации методов решения транспортных задач в MathCAD.
3. Апробировать разработанный алгоритм в экспериментальной работе с использованием элементов программирования в MathCAD.

Математическая модель транспортной задачи

Транспортная задача — математическая задача линейного программирования специального вида о поиске оптимального распределения однородных объектов из аккумулятора к приемникам с минимизацией затрат на перемещение. Классическая транспортная задача — это задача об оптимальном плане перевозок однородного продукта из однородных пунктов наличия в однородные пункты потребления на однородных транспортных средствах со статичными данными (это основные условия задачи). [5] Под поставщиками и потребителями понимаются различные промышленные и сельскохозяйственные предприятия, заводы, фабрики, склады, магазины и т.д. Однородными считаются грузы, которые могут быть перевезены одним видом транспорта. Под стоимостью перевозок понимаются тарифы, расстояния, время, расход топлива и т.п. Целью транспортной задачи является обеспечение доставки продукции потребителю в нужное время и место при минимально возможных совокупных затратах трудовых, материальных, финансовых ресурсов. Цель считается достигнутой при выполнении шести условий: 1. *нужный товар...* 2. *необходимого качества...* 3. *в необходимом количестве доставлен...* 4. *в нужное время...* 5. *в нужное место...* 6. *с минимальными затратами.*

Рассмотрим постановку транспортной задачи на примере. Пусть некоторый однородный груз сосредоточен у m поставщиков в объемах a_1, a_2, \dots, a_m . Данный груз необходимо доставить n потребителям в объемах b_1, b_2, \dots, b_n . Известны c_{ij} ($i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$) — стоимости перевозки единицы груза от каждого i -го поставщика каждому j -му потребителю. Требуется составить такой план перевозок, при котором запасы всех потребителей полностью удовлетворены и суммарные затраты на перевозку всех грузов минимальны. Исходные данные транспортной задачи обычно записываются в таблице или в виде векторов запасов поставщиков, запросов потребителей и матрицы стоимостей.

Неизвестные параметры транспортной задачи обозначим x_{ij} ($i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n$) — объемы перевозок от каждого i -го поставщика каждому j -му потребителю. Эти переменные можно записать в виде матрицы перевозок

$$X = \begin{Bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{Bmatrix}.$$

Т. к. произведение $c_{ij} \cdot x_{ij}$ определяет затраты на перевозку груза от i -го поставщика j -му потребителю, то суммарные затраты на перевозку всех грузов равны

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}.$$

По условию задачи требуется обеспечить минимум суммарных затрат. Следовательно, целевая функция (функция, связывающая цель с управляемыми переменными в задаче оптимизации) имеет вид

$$Z(X) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min.$$

Система ограничений задачи состоит из двух групп уравнений. Первая группа из m уравнений описывает тот факт, что запасы всех m поставщиков вывозятся полностью:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i=1,2,\dots,m.$$

Вторая группа из n уравнений выражает требование полностью удовлетворить запросы всех n потребителей [2, с. 153]:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j=1,2,\dots,n.$$

Учитывая условие неотрицательности объемов перевозок, математическую модель задачи можно записать так:

$$Z(X) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i=1,2,\dots,m, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j=1, 2, \dots, n, \tag{3}$$

$$x_{ij} \geq 0, i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n \tag{4}$$

В рассмотренной модели транспортной задачи предполагается, что суммарные запасы поставщиков равны суммарным запросам потребителей, т. е. $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$.

Такая задача называется задачей с правильным балансом,

а ее модель — закрытой. Если же это равенство не выполняется, то задача называется задачей с неправильным балансом, а ее модель — открытой.

Математическая формулировка транспортной задачи такова: найти переменные задачи $X=(x_{ij}), i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n$, удовлетворяющие системе ограничений (2), (3), условиям неотрицательности (4) и обеспечивающие минимум целевой функции (1).

Типы транспортных задач и методы их решения

Для классической транспортной задачи выделяют два типа задач: критерий стоимости (достижение минимума затрат на перевозку) или расстояний и критерий времени (затрачивается минимум времени на перевозку). [2, с. 157]

1. По критерию стоимости:

$$f(X') = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n c_{ik} x_{ik} \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} MX = D \\ X \geq 0 \end{cases}$$

2. По критерию времени:

$$f(X') = \max_{x_{ik} > 0} t_{ik} \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} MX = D \\ X \geq 0 \end{cases}$$

Также различают три вида транспортных задач согласно условию сбалансированности [3, с. 75]:

- сбалансированная транспортная задача, в случае, если количество произведенной продукции равно суммарной потребности в ней;

- транспортная задача в условиях перепроизводства, в этом случае для сведения ее к сбалансированной транспортной задаче необходимо ввести фиктивный пункт потребления, стоимость перевозки единицы продукции в который равен нулю;

- транспортная задача в условиях дефицита, в этом случае для сведения ее к сбалансированной транспортной задаче необходимо ввести фиктивный пункт производства, стоимость перевозки с которого можно принять равной 0.

Для решения любой транспортной задачи необходимо, в первую очередь, составить опорный план. Это можно сделать различными способами, однако для всех способов непеременимым является требование, чтобы в процессе заполнения распределительной таблицы в каждую загружаемую клетку вписывалась максимально возможная по величине поставка. В таком случае каждый раз будет либо исчерпываться весь запас груза у поставщика, либо полностью удовлетворяться спрос потребителя. Рассмотрим три основных метода составления опорного плана. [6]

1) Метод «северо-западного угла»

При этом методе на каждом шаге построения первого опорного плана заполняется левая верхняя клетка (северо-западный угол) оставшейся части таблицы. При таком методе заполнение таблицы начинается с клетки известного x_{11} и заканчивается в клетке неизвестного x_{mn} , т. е. идет как бы по диагонали таблицы перевозок.

2) Метод минимальной стоимости

При этом методе на каждом шаге построения опорного плана первую заполняется та клетка оставшейся части таблицы, которая имеет наименьший тариф. Если такая клетка не единственная, то заполняется любая из них.

3) Метод Фогеля

Суть данного метода состоит в следующем: в распределительной таблице по строкам и столбцам определяется разность между двумя наименьшими тарифами. Отмечается наибольшая разность. Далее в строке (столбце) с наибольшей разностью заполняется клетка с наименьшим тарифом. Строки (столбцы) с нулевым остатком груза в дальнейшем в расчет не принимаются. На каждом этапе загружается только одна клетка. Распределение груза производится, как и в двух других методах.

Далее можно приступать к основной части решения транспортной задачи. Для этого также существует несколько методов. Наиболее распространены два: метод потенциалов и метод прямоугольников. [3, с. 87]

1. Метод потенциалов:

— Построить опорный план таблицы.

— Провести ноль-преобразование в таблице тарифов, т. е. такое преобразование, в результате которого все тарифы в клетках с не нулевыми перевозками равны 0, а в остальных клетках при этом нет отрицательных тарифов. Если в результате ноль-преобразования имеются отрицательные тарифы, то переходим к следующему пункту, если нет, задача решена оптимально.

— Построить новое решение, в котором стоимость перевозки будет меньше в исходной таблице тарифов.

2. Метод прямоугольников:

— Построить опорный план задачи.

— Выписать все неправильные прямоугольники, т. е. прямоугольники, в которых сумма тарифов по одной диагонали не равна сумме тарифов по другой диагонали.

— Определить мощности неправильных прямоугольников и выбрать прямоугольник наибольшей мощности. Мощность неправильного прямоугольника называют величину, на которую уменьшится стоимость перевозки при преобразовании неправильного прямоугольника в правильный.

— Заменить прямоугольник наибольшей мощности на правильный и подставить его в таблицу, получив новое решение.

— Осуществлять переход к пункту 2 до тех пор, пока не останется ни одного неправильного прямоугольника в таблице.

— Если неправильных прямоугольников в таблице нет, значит, необходимое условие выполнено, и надо перейти

к проверке достаточного условия, т. е. провести ноль преобразования.

— Если ноль преобразований проходит, то продолжим решать задачу методом потенциалов. Если ноль преобразования не проходит и контур не строится то, можно найти в таблице нейтральный прямоугольник, преобразовать его и получить новое решение, цена которого будет такая же, а план другой. А затем опять провести ноль преобразований.

Решение транспортных задач при помощи САПР MathCAD

Рассмотрим пример транспортной задачи при условии сбалансированности.

В кондитерский концерн входят три фабрики и пять магазинов. Фабрики производят 250, 275 и 225 единиц продукции в неделю. Пяти магазинам требуется 100, 200, 50, 275 и 125 единиц продукции еженедельно. Стоимость перевозки единицы продукции с завода в магазин приведена в таблице 1.

Таблица 1

	Магазины				
	1	2	3	4	5
Фабрика 1	1.5	2	1.75	2.25	2.25
Фабрика 2	2.5	2	1.75	1	1.5
Фабрика 3	2	1.5	1.5	1.75	1.75

Необходимо составить план перевозок с целью минимизации суммарных транспортных расходов.

Рассмотрим математическую модель задачи. Пусть x_{ij} — неизвестный объем перевозок с i -й фабрики в j -й магазин. Необходимо минимизировать суммарные транспортные расходы $z = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 c_{ij} x_{ij}$, где c_{ij} — стоимость перевозки с i -й фабрики в j -й магазин. Неизвестные x_{ij} должны удовлетворять следующим ограничениям:

— объемы перевозок не могут быть отрицательными ($x_{ij} \geq 0$);

— вся продукция должна быть вывезена с заводов $\sum_{j=1}^5 x_{ij} = a_i, i = 1..3$, где a_i — объем производства на i -м заводе;

— потребности всех магазинов должны быть полностью удовлетворены $\sum_{i=1}^3 x_{ij} = b_j, j = 1..5$, где b_j — потребности j -го магазина.

Таким образом, получается следующая оптимизационная задача. Найти значения матрицы $X(x_{ij})$, при которых функция цели Z достигает своего минимального значения, и удовлетворяются ограничения, сформулированные выше. [4, с. 84]

При решении транспортной задачи в САПР MathCAD с помощью решающего блока необходимо:

1. Определить матрицу C и вектора a и b.
2. Сформировать функцию цели Z.
3. Задать матрицу начального приближения X.
4. В решающем блоке ввести ограничения, для этого необходимо сформировать массивы, в которых хранятся

$$\sum_{i=1}^3 x_{ij} \text{ и } \sum_{j=1}^5 x_{ij} .$$

5. Решить задачу оптимизации с помощью функции Minimize.

Исходные данные для рассматриваемой транспортной задачи в САПР MathCAD формируются следующим образом:

Затем необходимо осуществить поиск оптимального решения задачи с использованием блока *Given — Minimize*. [1, с. 29] В качестве условий принимаются следующие утверждения:

1. Значения всех искомым переменных x_{ij} должны быть неотрицательными.
2. Массив, получаемый при использовании функции суммирования по строкам, должен быть равен вектору производственных мощностей фабрик.
3. Массив, получаемый при использовании функции суммирования по столбцам, должен быть равен массиву потребностей по магазинам.

В результате выполнения данного алгоритма получим оптимальный план перевозок для данных условий и соответствующее значение целевой функции.

Матрица стоимостей перевозок C ORIGIN := 1

$$C := \begin{pmatrix} 1.5 & 2 & 1.75 & 1.25 & 2.25 \\ 2.5 & 1.5 & 1.75 & 1 & 1.5 \\ 2 & 1.5 & 1.5 & 1.75 & 1.75 \end{pmatrix}$$

Массив потребностей по магазинам b :=

$$b := \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 50 \\ 275 \\ 125 \end{pmatrix}$$

Массив производственных мощностей фабрик a :=

$$a := \begin{pmatrix} 250 \\ 275 \\ 225 \end{pmatrix}$$

Условие сбалансированной задачи

$$\sum_{i=1}^3 a_i = 750 \quad \sum_{j=1}^5 b_j = 750$$

Функции `sum_rows(x)` и `sum_columns(x)` формируют массивы, в которых хранятся суммы по строкам $\sum_{j=1}^5 x_{i,j}$ и столбцам $\sum_{i=1}^3 x_{i,j}$ соответственно

`sum_rows(x) :=`

$$\begin{cases} \text{for } i \in 1..3 \\ v_i \leftarrow 0 \\ \text{for } j \in 1..5 \\ v_i \leftarrow v_i + x_{i,j} \\ v \end{cases}$$

`sum_columns(x) :=`

$$\begin{cases} \text{for } j \in 1..5 \\ v_j \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..3 \\ v_j \leftarrow v_j + x_{i,j} \\ v \end{cases}$$

соответственно

`Z(x) :=`

$$Z(x) := \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 (C_{i,j} \cdot x_{i,j})$$

Начальное приближение

$$x_{3,5} := 0$$

Рис. 1. Формирование исходных данных транспортной задачи в САПР MathCAD

Given

$$x \geq 0 \quad \text{sum_rows}(x) = a \quad \text{sum_columns}(x) = b$$

$$x := \text{Minimize}(Z, x)$$

$$x = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 & 150 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & 125 & 125 \\ 0 & 175 & 50 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad Z(x) = 1.025 \times 10^3$$

Рис. 2. Решающий блок для сбалансированной задачи в MathCAD

Теперь рассмотрим алгоритм решения транспортной задачи в условиях перепроизводства в MathCAD. Условие задачи. В кондитерский концерн входят три фабрики и пять магазинов. Фабрики производят 250, 275 и 235 единиц продукции в неделю. Пяти магазинам требуется 100, 200, 50, 275 и 125 единиц продукции еженедельно. Стоимость перевозки единицы продукции с завода в магазин приведена в таблице. Необходимо спланировать план перевозок с целью минимизации суммарных транспортных расходов.

Задача является несбалансированной. Для ее решения введем фиктивный магазин, в который необходимо перевести количество продукции, равное разности между произведенной на всех фабриках продукцией и необходимой магазинам. В данном случае эта разница равна 10. Стоимость перевозки в фиктивный магазин примем равной 0.

Внеся некоторые изменения в решение предыдущей задачи, получим решающий блок для транспортной задачи в условиях перепроизводства.

Решающий блок транспортной задачи в условиях дефицита в MathCAD формируется аналогично. Рассмотрим пример такой задачи. В кондитерский концерн входят три фабрики и пять магазинов. Фабрики производят 250, 275 и 225 единиц продукции в неделю. Пяти магазинам требуется 100, 200, 50, 275 и 150 единиц продукции еженедельно. Стоимость перевозки единицы продукции с завода в магазин приведена в таблице. Необходимо спланировать план перевозок с целью минимизации суммарных транспортных расходов. Данная задача также не является сбалансированной. Необходимо ввести фиктивную фабрику, производящую недостающее количество продукции. Стоимость перевозки с этой фабрики примем равной 0.

$$ORIGIN := 1$$

$$C := \begin{pmatrix} 1.5 & 2 & 1.75 & 1.25 & 2.25 & 0 \\ 2.5 & 1.5 & 1.75 & 1 & 1.5 & 0 \\ 2 & 1.5 & 1.5 & 1.75 & 1.75 & 0 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 50 \\ 275 \\ 125 \\ 10 \end{pmatrix} \quad a := \begin{pmatrix} 250 \\ 275 \\ 235 \end{pmatrix}$$

$$x_{3,6} := 0$$

$$sum_rows(x) := \begin{cases} \text{for } i \in 1..3 \\ \left| \begin{array}{l} v_i \leftarrow 0 \\ \text{for } j \in 1..6 \\ v_i \leftarrow v_i + x_{i,j} \end{array} \right. \\ v \end{cases} \quad sum_columns(x) := \begin{cases} \text{for } j \in 1..6 \\ \left| \begin{array}{l} v_j \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..3 \\ v_j \leftarrow v_j + x_{i,j} \end{array} \right. \\ v \end{cases}$$

$$Z(x) := \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^6 (C_{i,j} \cdot x_{i,j})$$

$$Given$$

$$x \geq 0 \quad sum_rows(x) = a \quad sum_columns(x) = b$$

$$x := Minimize(Z, x)$$

$$x = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 & 140 & 0 & 10 \\ 0 & 15 & 0 & 135 & 125 & 0 \\ 0 & 185 & 50 & 7.105 \times 10^{-15} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Z(x) = 1.023 \times 10^3$$

Рис. 3. Решающий блок для транспортной задачи в условиях перепроизводства в MathCAD

$$ORIGIN := 1$$

$$C := \begin{pmatrix} 1.5 & 2 & 1.75 & 1.25 & 2.25 \\ 2.5 & 1.5 & 1.75 & 1 & 1.5 \\ 2 & 1.5 & 1.5 & 1.75 & 1.75 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 50 \\ 275 \\ 150 \end{pmatrix} \quad a := \begin{pmatrix} 250 \\ 275 \\ 225 \end{pmatrix}$$

$$x_{4,5} := 0$$

$$a_4 := \sum_{j=1}^5 b_j - \sum_{i=1}^3 a_i$$

$$sum_rows(x) := \begin{cases} \text{for } i \in 1..4 \\ \left| \begin{array}{l} v_i \leftarrow 0 \\ \text{for } j \in 1..5 \\ v_i \leftarrow v_i + x_{i,j} \end{array} \right. \\ v \end{cases} \quad sum_columns(x) := \begin{cases} \text{for } j \in 1..5 \\ \left| \begin{array}{l} v_j \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..4 \\ v_j \leftarrow v_j + x_{i,j} \end{array} \right. \\ v \end{cases}$$

$$Z(x) := \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 (C_{i,j} \cdot x_{i,j})$$

$$Given$$

$$x \geq 0 \quad sum_rows(x) = a \quad sum_columns(x) = b$$

$$x := Minimize(Z, x)$$

$$x = \begin{pmatrix} 75 & 0 & 8.831 & 166.169 & 0 \\ 0 & 16.169 & 0 & 108.831 & 150 \\ 0 & 183.831 & 41.169 & 0 & 0 \\ 25 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Z(x) = 1.031 \times 10^3$$

Рис. 4. Решающий блок для транспортной задачи в условиях дефицита в MathCAD

Заключение

Транспортная задача может решаться многими способами: вручную, с помощью стандартных программных средств (Excel), либо с помощью специальных программ. Однако изучение данного класса задач без использования современных программ требует довольно глубоких знаний в данной области и отнимает много времени. Таким образом, решать транспортные задачи «в ручном режиме» за строго определенный интервал времени могут лишь специалисты в области прикладной математики. Тем не менее, количество областей применения линейного программирования постоянно увеличивается. Методы математического моделирования применяются как при изучении отдельных проблем математики, так и в прикладных областях: экономики, логистики, программировании.

Существуют различные программные комплексы, имеющие в своем распоряжении необходимый инструментарий для построения математических моделей и решения задач линейного программирования (в том числе, транспортных задач). В данной статье были рассмотрены возможности системы автоматизированного проектирования MathCAD в области математического моделирования, составлены алгоритмы для решения транспортных задач с различными условиями.

Практическая значимость данного исследования заключается в том, что алгоритм и методы решения транспортной задачи могут быть использованы как при изучении некоторых тем математики, экономики в школе и ВУЗах, так и при проведении исследовательских работ, для решения реальных экономических и технических задач.

Литература:

1. Алейников, И. А. Практическое использование пакета MathCAD при решении задач. — М.: Российский государственный открытый технический университет путей сообщения Министерства путей сообщения Российской Федерации, 2002.
2. Доманова, Ю. А., Черняк А. А., Черняк Ж. А. Высшая математика на базе Mathcad: общий курс. — С-Пб: БХВ-Петербург, 2003.
3. Ермаков, В. И. Общий курс высшей математики для экономистов. — М.: ИНФА, 2008.
4. Карманов, В. Г. Математическое программирование. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.
5. Wikipedia: [Электронный ресурс]. URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/Транспортная_задача (Дата обращения: 15.12.13 г.)
6. Semestr: [Электронный ресурс]. URL: http://math.semestr.ru/transp/task_3.php (Дата обращения: 8.01.14 г.)