

ЮНЫЙ

ISSN 2409-546X

УЧЁНЫЙ

международный научный журнал



6+

3
Часть 1
2017

ISSN 2409-546X

Юный ученый

Международный научный журнал

№ 3 (12) / 2017

Редакционная коллегия:

Главный редактор: *Ахметов Ильдар Геннадьевич, кандидат технических наук*

Члены редакционной коллегии:

Ахметова Мария Николаевна, доктор педагогических наук

Иванова Юлия Валентиновна, доктор философских наук

Каленский Александр Васильевич, доктор физико-математических наук

Куташов Вячеслав Анатольевич, доктор медицинских наук

Лактионов Константин Станиславович, доктор биологических наук

Сараева Надежда Михайловна, доктор психологических наук

Абдрашилов Турганбай Курманбаевич, доктор философии (PhD) по философским наукам

Авдеев Оксана Алексеевна, кандидат технических наук

Айдаров Оразхан Турсункожаевич, кандидат географических наук

Алиева Тарана Ибрагим кызы, кандидат химических наук

Ахметова Валерия Валерьевна, кандидат медицинских наук

Брезгин Вячеслав Сергеевич, кандидат экономических наук

Данилов Олег Евгеньевич, кандидат педагогических наук

Дёмин Александр Викторович, кандидат биологических наук

Дядюн Кристина Владимировна, кандидат юридических наук

Желнова Кристина Владимировна, кандидат экономических наук

Жуйкова Тамара Павловна, кандидат педагогических наук

Жураев Хусниддин Олтинбоевич, кандидат педагогических наук

Игнатова Мария Александровна, кандидат искусствоведения

Калдыбай Кайнар Калдыбайулы, доктор философии (PhD) по философским наукам

Кенесов Асхат Алмасович, кандидат политических наук

Коварда Владимир Васильевич, кандидат физико-математических наук

Комогорцев Максим Геннадьевич, кандидат технических наук

Котляров Алексей Васильевич, кандидат геолого-минералогических наук

Кузьмина Виолетта Михайловна, кандидат исторических наук, кандидат психологических наук

Кучерявенко Светлана Алексеевна, кандидат экономических наук

Лескова Екатерина Викторовна, кандидат физико-математических наук

Макеева Ирина Александровна, кандидат педагогических наук

Матвиенко Евгений Владимирович, кандидат биологических наук

Матроскина Татьяна Викторовна, кандидат экономических наук

Матусевич Марина Степановна, кандидат педагогических наук

Мусаева Ума Алиевна, кандидат технических наук

Насимов Мурат Орленбаевич, кандидат политических наук

Паридинова Ботагоз Жаптаровна, магистр философии

Прончев Геннадий Борисович, кандидат физико-математических наук

Семахин Андрей Михайлович, кандидат технических наук

Сенцов Аркадий Эдуардович, кандидат политических наук

Сенюшкин Николай Сергеевич, кандидат технических наук

Титова Елена Ивановна, кандидат педагогических наук

Ткаченко Ирина Георгиевна, кандидат филологических наук

Фозилов Садриддин Файзуллаевич, кандидат химических наук

Яхина Асия Сергеевна, кандидат технических наук

Ячинова Светлана Николаевна, кандидат педагогических наук

На обложке изображен Лайнус Полинг (1901–1994) — американский химик, кристаллограф, лауреат двух Нобелевских премий: по химии (1954) и премии мира (1962).

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС77-61102 от 19 марта 2015 г.

Журнал размещается и индексируется на портале eLIBRARY.RU, на момент выхода номера в свет журнал не входит в РИНЦ.

Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. За достоверность сведений, изложенных в статьях, ответственность несут авторы. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов материалов. При перепечатке ссылка на журнал обязательна.

Международный редакционный совет:

Айрян Заруи Геворковна, кандидат филологических наук, доцент (Армения)

Арошидзе Паата Леонидович, доктор экономических наук, ассоциированный профессор (Грузия)

Атаев Загир Вагитович, кандидат географических наук, профессор (Россия)

Ахмеденов Кажмурат Максutowич, кандидат географических наук, ассоциированный профессор (Казахстан)

Бидова Бэла Бертовна, доктор юридических наук, доцент (Россия)

Борисов Вячеслав Викторович, доктор педагогических наук, профессор (Украина)

Велковска Гена Цветкова, доктор экономических наук, доцент (Болгария)

Гайич Тамара, доктор экономических наук (Сербия)

Данатаров Агахан, кандидат технических наук (Туркменистан)

Данилов Александр Максимович, доктор технических наук, профессор (Россия)

Демидов Алексей Александрович, доктор медицинских наук, профессор (Россия)

Досманбетова Зейнегуль Рамазановна, доктор философии (PhD) по филологическим наукам (Казахстан)

Ешиев Абдыракман Молдоалиевич, доктор медицинских наук, доцент, зав. отделением (Кыргызстан)

Жолдошев Сапарбай Тезекбаевич, доктор медицинских наук, профессор (Кыргызстан)

Игисинов Нурбек Сагинбекович, доктор медицинских наук, профессор (Казахстан)

Кадыров Кутлуг-Бек Бекмурадович, кандидат педагогических наук, заместитель директора (Узбекистан)

Кайгородов Иван Борисович, кандидат физико-математических наук (Бразилия)

Каленский Александр Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор (Россия)

Козырева Ольга Анатольевна, кандидат педагогических наук, доцент (Россия)

Колпак Евгений Петрович, доктор физико-математических наук, профессор (Россия)

Курпаяниди Константин Иванович, доктор философии (PhD) по экономическим наукам (Узбекистан)

Куташов Вячеслав Анатольевич, доктор медицинских наук, профессор (Россия)

Лю Цзюань, доктор филологических наук, профессор (Китай)

Малес Людмила Владимировна, доктор социологических наук, доцент (Украина)

Нагервадзе Марина Алиевна, доктор биологических наук, профессор (Грузия)

Нурмамедли Фазиль Алигусейн оглы, кандидат геолого-минералогических наук (Азербайджан)

Прокопьев Николай Яковлевич, доктор медицинских наук, профессор (Россия)

Прокофьева Марина Анатольевна, кандидат педагогических наук, доцент (Казахстан)

Рахматуллин Рафаэль Юсупович, доктор философских наук, профессор (Россия)

Ребезов Максим Борисович, доктор сельскохозяйственных наук, профессор (Россия)

Сорока Юлия Георгиевна, доктор социологических наук, доцент (Украина)

Узаков Гулом Норбоевич, кандидат технических наук, доцент (Узбекистан)

Хоналиев Назарали Хоналиевич, доктор экономических наук, старший научный сотрудник (Таджикистан)

Хоссейни Амир, доктор филологических наук (Иран)

Шаринов Аскар Калиевич, доктор экономических наук, доцент (Казахстан)

Шуклина Зинаида Николаевна, доктор экономических наук (Россия)

Руководитель редакционного отдела: *Кайнова Галина Анатольевна*

Ответственные редакторы: *Осянина Екатерина Игоревна, Вейса Людмила Николаевна*

Художник: *Шишков Евгений Анатольевич*

Верстка: *Бурьянов Павел Яковлевич*

Почтовый адрес редакции: 420126, г. Казань, ул. Амирхана, 10а, а/я 231.

Фактический адрес редакции: 420029, г. Казань, ул. Академика Кирпичникова, д. 25.

E-mail: info@moluch.ru; <http://www.moluch.ru/>.

Учредитель и издатель: ООО «Издательство Молодой ученый».

Тираж 500 экз.. Дата выхода в свет: 10.07.2017. Цена свободная.

Материалы публикуются в авторской редакции. Все права защищены.

Отпечатано в типографии издательства «Молодой ученый», 420029, г. Казань, ул. Академика Кирпичникова, д. 25.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ

<i>Богданов О. А.</i> Случайность или закономерность?	1
<i>Демченко В. В.</i> Исследование моды и медианы результатов ЕГЭ по математике	2
<i>Комогоров В. М.</i> Задачи на переливание: от головоломки к алгоритму	4
<i>Лосева Е. С.</i> Исследование свойств поверхностей вращения с использованием моделирования в САПР «Компас»	6
<i>Петрова Е. К.</i> Эта загадочная пентаграмма	18
<i>Стеблин И. А.</i> Применение ИКТ в геометрических и физических приложениях определённого интеграла	28
<i>Сторожук Р. К.</i> Применение метода линейного программирования для решения задач, связанных с максимизацией (минимизацией) некоторой величины.	36

ИНФОРМАТИКА

<i>Денисов С. Ю.</i> Устройство для автоматического полива растений на платформе Arduino	40
<i>Решетняк В. П.</i> IT-технологии в маунтинбайке. Проект Spotmap	45
<i>Страковский Д. А.</i> Анализатор воздуха на платформе Arduino	49

ФИЗИКА

<i>Евтихов М. В.</i> «Рефракторный телесмарт» своими руками	56
<i>Казанцев В. Д.</i> Физические свойства воскоподобных материалов различной природы	60
<i>Хадькин А. А.</i> Не верь глазам своим... ..	62
<i>Цхай Т. Е., Степанова Е. В.</i> Исследование различных зон паутины	64
<i>Шумейко А. В.</i> Ошибки в учебниках физики для 7 класса при изучении механизма «подвижный блок»	66

ХИМИЯ

<i>Аронов М. А.</i> Экспериментальные исследования влияния температуры на процессы хемилюминесценции	69
<i>Хазадияз А. А., Кубашева А. А., Темирболат А. Р.</i> Наши кристаллы	71

Применение ИКТ в геометрических и физических приложениях определённого интеграла

Стеблин Илья Александрович, учащийся 11 класса;

Научный руководитель: *Симакова Марина Николаевна, учитель математики*
МБОУ Лицей № 1 г. Южно-Сахалинска

Выбор темы связан с информатизацией процесса обучения. Роль математического аппарата в решении задач по естественным дисциплинам нельзя переоценить. Без математической грамотности невозможно успешное освоение методов решения по физике, химии, биологии и другим предметам. Математика является также основой для такой науки, как информатика. Данная статья посвящена вопросам применения программирования в MathCAD, DevC++ для изучения геометрических и физических приложений определённого интеграла. Разработанные программы могут быть использованы для решения прикладных задач геометрии и физики.

Ключевые слова: способ трапеций, способ средних прямоугольников, способ Симпсона, центр тяжести плоской фигуры, площадь криволинейной трапеции, MathCAD

Цель исследования: изучить понятие определённого интеграла и его приложений. Реализовать решение задач с помощью программирования в DevC++ и в САПР MathCAD.

Задачи исследования:

1. Проанализировать литературу и обосновать внедрение ИКТ и программирования в решение прикладных задач на применение свойств определённого интеграла.

2. Выбрать некоторые методы решения прикладных задач, позволяющие глубоко изучить и усвоить приложения определенного интеграла.

3. Разработать некоторые аспекты методики решения прикладных задач на применение свойств определенного интеграла с применением информационных технологий. Проверить эффективность в опытно-экспериментальной работе с помощью изготовленных моделей.

Определим понятие численного интегрирования: под численным интегрированием понимают набор численных методов для нахождения значения определённого интеграла. Основная идея большинства методов численного интегрирования состоит в замене подинтегральной функции на более простую, интеграл от которой легко вычисляется аналитически.

Рассмотрим два первых способа вычисления определённого интеграла.

Способ трапеций. Промежуток интегрирования $[a, b]$ разбивается на n равных частей точками $a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = b$. Площадь каждой криволинейной трапеции между прямыми $x = x_{i-1}$ и $x = x_i$ заменяется площадью прямолинейной трапеции, ограниченной сверху хордой, соединяющей точки графика с абсциссами x_{i-1} и x_i . Основаниями таких трапеций являются $y_{i-1} = f(x_{i-1})$ и $y_i = f(x_i)$.

Способ средних прямоугольников. В качестве приближения к интегралу берется интегральная сумма, в которой значения подинтегральной функции берутся в серединах промежутков, на которые разделен промежуток интегрирования. Будем предполагать, что все эти промежутки имеют одинаковую длину, равную $\frac{b-a}{n}$, где a и b — пределы интегрирования, n — число частей. площадь прямоугольника равна площади трапеции, ограниченной промежутком $[x_{i-1}, x_i]$, прямыми $x = x_{i-1}$ и $x = x_i$ и касательной к графику $f(x)$ в точке с абсциссой $\bar{x}_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}$.

Если заменить график функции $y=f(x)$ на каждом отрезке $[x_{i-1}, x_i]$ разбиения не отрезками прямых, как в методах трапеций и средних прямоугольников, а дугами парабол, то получим более точную формулу вычисления интеграла $\int_a^b f(x)dx$. Предварительно найдем площадь S криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком параболы $y = ax^2 + bx + c$, сбоку — прямыми $x = -h, x = h$ и снизу отрезком $[-h; h]$.

Получим теперь формулу парабол для вычисления интеграла $\int_a^b f(x)dx$. Для этого отрезок $[a, b]$ разобьем на $2n$ равных частей (отрезков) длиной $h = \frac{b-a}{2n}$ точками $x_l = x_0 + lh$ ($l = 0, 1, 2, \dots, 2n$). В точках деления $a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{2n-2}, x_{2n-1}, x_{2n} = b$ вычисляем значения подинтегральной функции $f(x)$: $y_0, y_1, y_2, \dots, y_{2n-2}, y_{2n-1}, y_{2n}$, где $y_l = f(x_l)$ (рисунок 1).

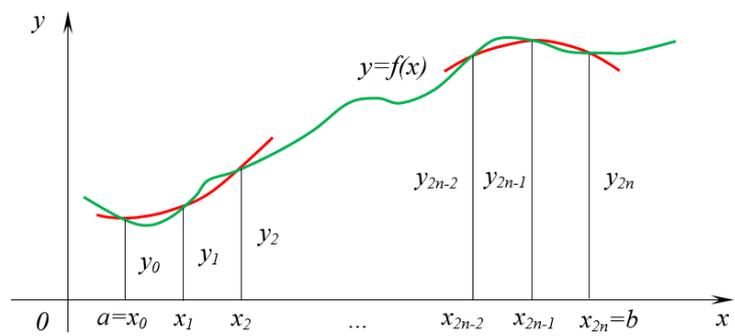


Рис. 1. Способ средних прямоугольников

Заменяем каждую пару соседних элементарных криволинейных трапеций с основаниями, равными h , одной элементарной параболической трапецией с основанием, равным $2h$. На отрезке $[x_0, x_2]$ парабола проходит через три точки $(x_0; y_0), (x_1; y_1), (x_2; y_2)$.

Приведем пример реализации численного интегрирования методом Симпсона в среде программирования Dev C++. Для начала разберём алгоритм на конкретном примере. Пусть была задана функция $f(x) = x^{\sin(x)}$ на

интервале от 0 до 4, требуется найти значение определённого интеграла $\int_0^4 x^{\sin(x)} dx$. Даны только точки, принадлежащие графику функции. В таком случае через каждые тройки точек можно провести график какой-либо параболы $ax^2 + bx + c$. Если построить график функции $f(x) = x^{\sin(x)}$ (выделен красным), то можно заметить, что параболы довольно точно описывают этот график (при достаточно большом числе разбиений):

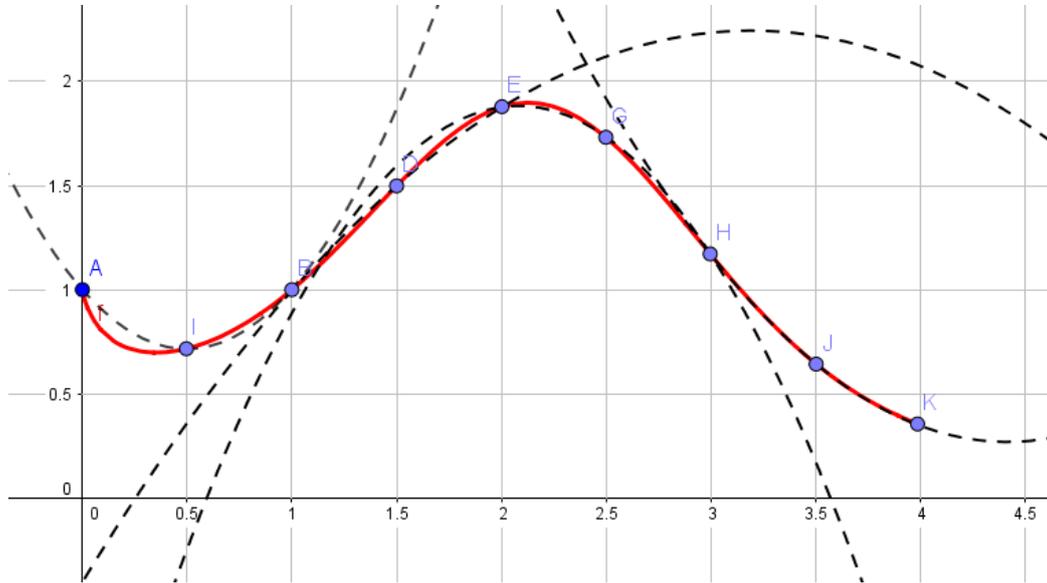


Рис. 2. Численное интегрирование методом Симпсона

Таким образом значение определённого интеграла складывается из значений определённого интеграла каждой из парабол на соответствующих интервалах.

Реализуем данный метод в среде программирования Dev C++. Формула для вычисления определённого интеграла $S = \int_{-h}^h (ax^2 + bx + c) dx$:

$$S = \frac{2}{3}h^3 \cdot \frac{1}{2h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2) + 2h \cdot y_1 = \frac{h}{3}(y_0 - 2y_1 + y_2) + 2hy_1 = \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2).$$

1. Объявляем массив, в котором будем хранить координаты точек, а также h и n — число точек. Изначально приближенное значение интеграла равно 0:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main() {
    float A[10][2], h;
    int i, n;
    float integral=0.0;
```

2. Считываем число точек и координаты (x, y) для каждой точки:

```
cout << "VVEDITE CHISLO TOCHEK: ";
cin >> n;
cout << "VVEDITE KOORDINATY X, Y DLYA KAZHDOY TOCHKI:" << endl;
for(i=0; i<n; i++)
    cin >> A[i][0] >> A[i][1];
```

3. Для троек соседних точек считаем площадь под графиком параболы, которую они образуют, по соответствующим формулам из п. 1.5, заметим, что в этом случае указатель i на каждой итерации сдвигается на 2 ед.

```

for(i=2; i<n; i+=2){
    h=(A[i][0]-A[i-2][0])/2;
    integral += (A[i-2][1]+4*A[i-1][1]+A[i][1])*h;
}
integral /=3.0;

```

4. Осуществляем вывод полученного результата:

```

cout << "-----" << endl;
cout << "S=" << integral << endl;
system("pause");
return 0;
}

```

Результат работы программы для случая, разобранный в примере:

```

VVVEDITE CHISLO TOCHEK: 9
VVVEDITE KOORDINATY X, Y DLYA KAZHDOY TOCHKI:
0 1
0.5 0.72
1 1
1.5 1.5
2 1.88
2.5 1.73
3 1.17
3.5 0.64
4 0.36
-----
S=4.63667
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .

```

Рис. 3. Программа в Dev-C++, реализующая метод Симпсона

Точное значение интеграла $\int_0^4 x^{\ln(x)} dx = 4.614085 \dots$

Реализация вычисления площади поверхности и объёма тела вращения в САПР Mathcad

Пусть $y=f(x)$ — непрерывная неотрицательная функция, заданная на интервале $[a, b]$. Представим себе тело, получающееся при вращении вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной функцией $y=f(x)$, прямыми $x=a$, $x=b$ и осью OX .

Перейдём к вычислению в САПР MathCAD:

Первым шагом задаём функцию $y=f(x)$, и интервал $[a, b]$.

$f(x) := \cos(x)$	$a := -1$	$b := 1$
-------------------	-----------	----------

Далее представляем вид криволинейной трапеции:

1. Строим график функции $y=f(x)$.

2. Добавляем вертикальные маркеры, и записываем в них значения a и b , они представляют собой прямые $x=a$, $x=b$.

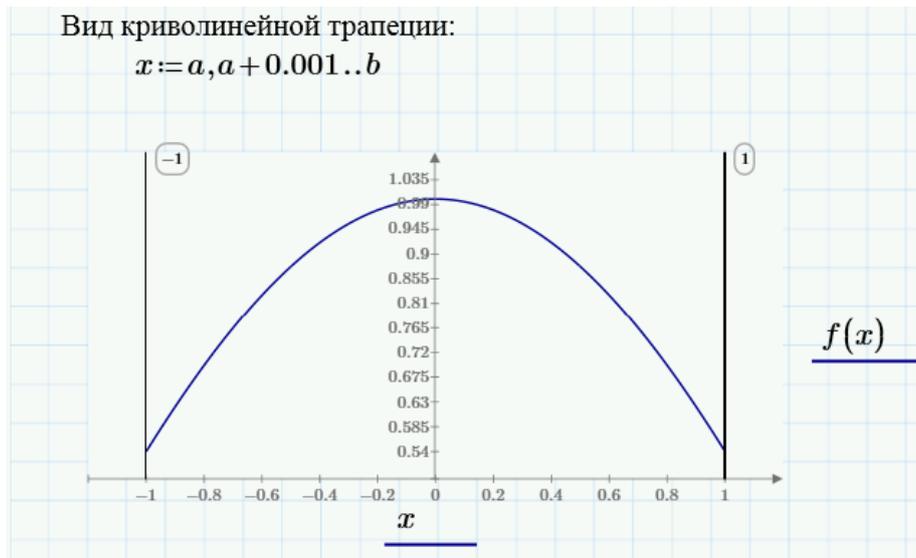


Рис. 4. Построение криволинейной трапеции в MathCAD Prime 3.1

Теперь представим тело, полученное вращением данной криволинейной трапеции вокруг оси OX . Для этого следует использовать цилиндрические системы координат.

Цилиндрической системой координат называют трёхмерную систему координат, являющуюся расширением полярной системы координат путём добавления третьей координаты, которая задаёт высоту точки над плоскостью. Какая-либо точка P будет задаваться как (ρ, φ, z) .

$\rho \geq 0$ — расстояние от P до оси Z ,

$0 \leq \varphi \leq 360^\circ$ — угол между осью X и отрезком OP' , где P' — проекция точки P на плоскость XOY , z — аппликата точки P .

Для построения тела вращения будем использовать параметрические уравнения для перехода к цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned} x1(x, fi) &:= x \\ y1(x, fi) &:= f(x) \cdot \cos(fi) \\ z1(x, fi) &:= f(x) \cdot \sin(fi) \end{aligned}$$

Далее построим поверхность тела вращения, используя функцию *CreateMesh*:

$$s1 := \text{CreateMesh}(x1, y1, z1, a, b, 0, 2\pi, 50)$$

$x1, y1, z1$ — матрицы значений для каждой координаты, a — нижняя граница значений переменной x , b — верхняя граница значений переменной x ; 0 и 2π — верхняя и нижняя граница угла поворота точки графика; 50 — количество линий в сетке графика.

Вид полученного 3- d графика:

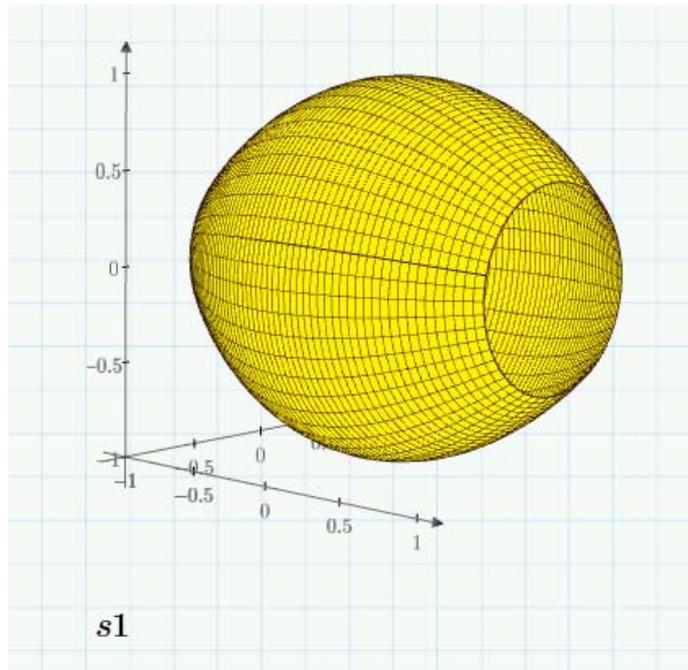


Рис. 5. Построение тела вращения в MathCAD Prime 3.1

Далее для вычисления объёма тела вращения используем формулу $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$, значение данного интеграла вычисляем по формуле Симпсона.

Задаём число разбиений, которое обязательно должно быть чётным. И вычисляем длину отрезка разбиения:

Вычисление объёма с применением формулы Симпсона:

$$n := 200 \quad +$$

$$h := \frac{b-a}{n} = 0.01$$

Для вычисления значения определённого интеграла используем операторы программирования. Задаём значение $xi = x_1$, вычисляем значение $sum1 = y_1 + y_{2n}$:

$$V := \left\| \begin{array}{l} xi \leftarrow a + h \\ sum1 \leftarrow \pi \cdot (f(a))^2 + \pi \cdot (f(b))^2 \end{array} \right\|$$

С помощью цикла *while* вычисляем значение $sum2 = y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}$:

$$\left\| \begin{array}{l} \text{while } xi \leq b - h \\ \quad \left\| \begin{array}{l} sum2 \leftarrow sum2 + \pi \cdot (f(xi))^2 \\ xi \leftarrow xi + 2 h \end{array} \right\| \end{array} \right\|$$

Теперь переменной xi присваиваем значение x_2 , и вычисляем значение $sum3 = y_2 + y_4 + \dots + y_n$:

$$\left\| \begin{array}{l} xi \leftarrow a + 2 h \\ \text{while } xi \leq (b - 2 h) \\ \quad \left\| \begin{array}{l} sum3 \leftarrow sum3 + \pi \cdot (f(xi))^2 \\ xi \leftarrow xi + 2 h \end{array} \right\| \end{array} \right\|$$

Последним шагом переменной Vol присваиваем значение определённого интеграла, вычисленное согласно формуле Симпсона:

$$\left\| \begin{array}{l} Vol \leftarrow \frac{h}{3} (sum1 + 4 sum2 + 2 sum3) \\ Vol \end{array} \right\|$$

Записываем ответ:

$$\text{Ответ: } V = 4.551$$

Для нахождения площади боковой поверхности используем тот же алгоритм, но сначала требуется найти производную функции, т.к. для формулы $S = \int_a^b 2\pi y dl = \int_a^b 2\pi y \sqrt{1 + (y')^2} dx$ требуется значение производной:

Вычисление площади боковой поверхности:

$$g(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow -\sin(x)$$

Далее рассуждения аналогичны.

Теперь вычислим точное значение интегралов $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ и $S = \int_a^b 2\pi y dl = \int_a^b 2\pi y \sqrt{1 + (y')^2} dx$ для того, чтобы оценить погрешность полученного значения, вычисленного по формуле Симпсона. При увеличении числа разбиений будет получаться значение более близкое к точному значению интеграла:

Ответ: $V = 4.551$

Ответ: $S = 11.625$

Точное значение $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx = 4.57$

Точное значение $S = 2\pi \int_a^b f(x) \cdot \sqrt{1 + (g(x))^2} dx = 11.715$

Реализация вычисления статических моментов и координат центра

Далее перейдем к физическому приложению интеграла, а именно к его применению в теоретической механике.

Пусть на плоскости Oxy задана система материальных точек $M_1(x_1; y_1), M_2(x_2; y_2), \dots, M_n(x_n; y_n)$ соответственно с массами m_1, m_2, \dots, m_n .

Статическим моментом S_x системы материальных точек относительно оси Ox называется сумма произведений масс этих точек на их ординаты (на расстояния этих точек от оси Ox): $S_x = \sum_{i=1}^n m_i y_i$. Аналогично определяется статистический момент S_y этой системы относительно оси Oy : $S_y = \sum_{i=1}^n m_i x_i$. Если массы распределены непрерывным образом вдоль некоторой кривой, то для выражения статистического момента понадобится интегрирование.

Пусть $y = f(x) (a \leq x \leq b)$ — это уравнение материальной кривой AB . Будем считать её однородной с постоянной линейной плотностью $\gamma (\gamma = \text{Const})$. Статические моменты S_x и S_y кривой позволяют установить положение её центра тяжести (центра масс).

Центром тяжести материальной плоской кривой $y = f(x), x \in [a, b]$ называется точка плоскости, обладающая следующим свойством: если в этой точке сосредоточить всю массу m заданной кривой, то статистический момент этой точки относительно любой координатной оси будет равен статистическому моменту всей кривой $y = f(x)$ относительно той же оси. Обозначим через $C(x_c; y_c)$ центр тяжести кривой AB .

Определим теперь формулы для вычисления статических моментов и координат центра тяжести плоской фигуры:

Пусть дана материальная плоская фигура (пластинка), ограниченная кривой $y = f(x) \geq 0$ и прямыми $y = 0, x = a, x = b$. Будем считать, что поверхностная плотность пластинки постоянна ($\gamma = \text{Const}$). По аналогии с плоской кривой получаем, обозначив координаты центра тяжести плоской фигуры (пластинки) через $C(x_c; y_c)$, что $m \cdot x_c = S_y$ и $m \cdot y_c = S_x$.

Перейдем к реализации данных методов в САПР MathCAD.

1. Задаем кривую и интервал, на котором она рассматривается:

$$\begin{aligned} 1. \text{ Плоская кривая: } & f(x) := x^{3 \cos(x)} \\ & a := 0 \\ & b := 5 \end{aligned}$$

2. Находим производную функции:

$$g(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 3 \cdot x^{3 \cdot \cos(x)-1} \cdot \cos(x) - 3 \cdot x^{3 \cdot \cos(x)} \cdot \ln(x) \cdot \sin(x)$$

3. Согласно формулам находим координаты центра тяжести плоской кривой:

$$x_c := \frac{\int_a^b x \cdot \sqrt{1+(g(x))^2} dx}{\int_a^b \sqrt{1+(g(x))^2} dx} = 3.156 \quad y_c := \frac{\int_a^b f(x) \cdot \sqrt{1+(g(x))^2} dx}{\int_a^b \sqrt{1+(g(x))^2} dx} = 1.073$$

4. Конечный результат представляем в виде графика (красная точка — центр тяжести).

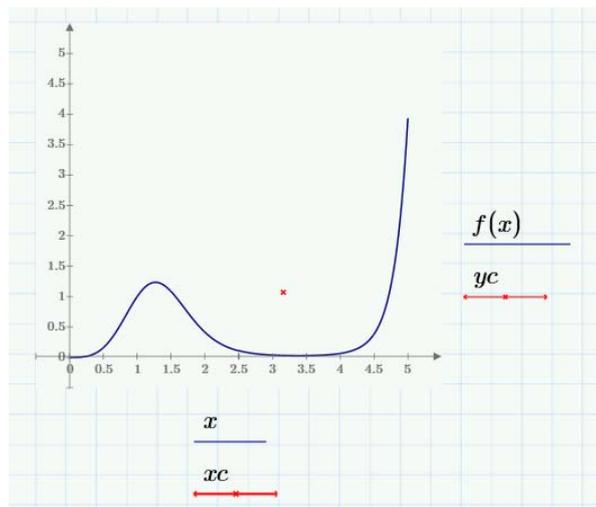


Рис. 6. Определение центра тяжести плоской кривой в MathCAD Prime 3.1

5. Для вычисления центра тяжести плоской фигуры делаем аналогичные шаги.

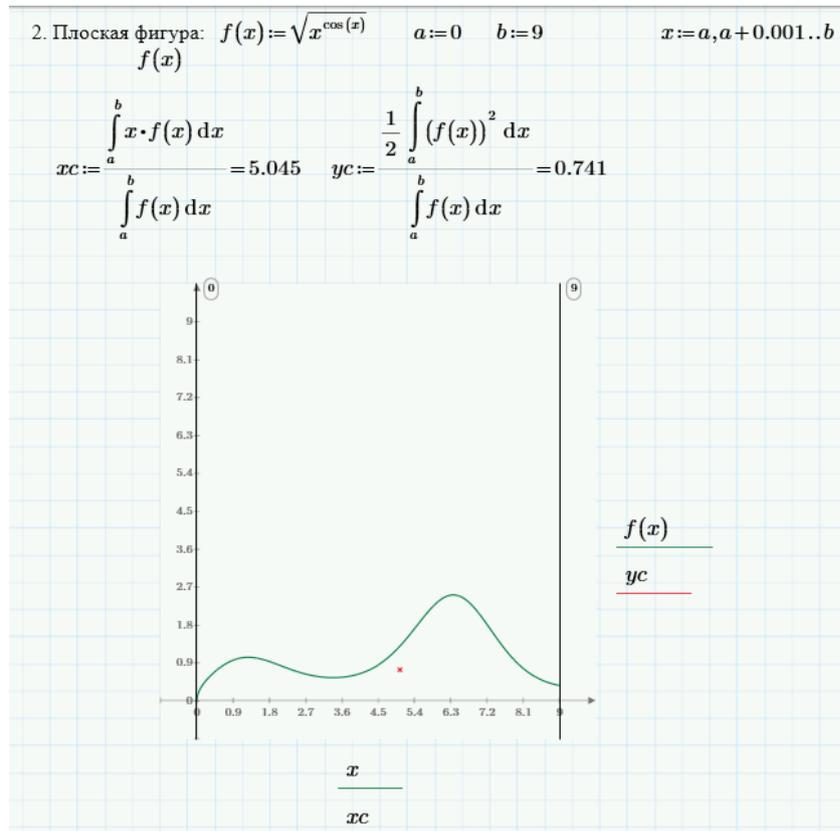


Рис. 7. Определение центра тяжести плоской фигуры в MathCAD Prime 3.1

Заключение

Рассмотренные в работе методы приближенного вычисления интеграла позволяют вычислять его значения, если подынтегральная функция задана в виде массива значений, или же подынтегральная функция настолько сложна, что вычисление её первообразной является довольно трудоёмким процессом. Наиболее точным методом является формула Симпсона. Применение информационных технологий позволяет с большой точностью вычислять значения интегралов рассмотренными способами, благодаря возможности большого числа разбиений отрезка интегрирования функции.

Помимо этого, было рассмотрено применение интеграла для вычисления объёма и площади боковой поверхности произвольного тела вращения, далее данные методы были реализованы в САПР MathCAD. Рассмотренные методы можно использовать при решении геометрических задач.

Немаловажным является рассмотрение физического приложения интеграла, а именно его применение в теоретической механике. Реализовано нахождение центра тяжести плоских кривых и фигур в САПР MathCAD. Для демонстрации была изготовлена модель плоской пластины и найдена координата её центра тяжести. Проведённый эксперимент подтвердил эффективность применения информационных технологий для решения задач, основывающихся на физическом приложении определённого интеграла.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Аксенова, М.Д. Энциклопедия для детей. Том 11. Математика. — М.: Аванта+, 2002.
2. Мордкович, А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа, учебник 11 класс. — 2-е изд., стер. — М.: Мнемозина, 2014.
3. Фадеев, Д.К., Никулин М.С., Соколовский И.Ф. Элементы высшей математики для школьников. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1987..
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. — 9-е изд. — М.: Айрис-пресс, 2009.
5. Информационный портал Wikipedia [Электронный ресурс]. URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/ Формула_Симпсона](https://ru.wikipedia.org/wiki/Формула_Симпсона) (Дата обращения: 15.01.2017 г.)